

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE TRANSDUTORES DE PRESSÃO PIEZORRESISTIVOS

Evaldo Ferezin
Luiz Carlos Felicio

EESC-USP, Av. Trabalhador São-carlense, 400, CEP 13566-590, São Carlos, SP, Brasil,
e-mail: evaldoferezin@ig.com.br; feliciol@sc.usp.br

Resumo

Este trabalho apresenta a modelagem da parte dinâmica de dois transdutores de pressão tipo piezorresistivo. Geralmente processos de calibração dinâmica usam bancadas sofisticadas, mas neste trabalho procurou-se um processo simples e de baixo custo. A metodologia baseou-se em aumentar lentamente a pressão, fornecida por um sistema hidráulico básico, até que ocorresse a explosão de um diafragma e, com isso, obteve-se um degrau de pressão, supostamente ideal. Considerado como sistema linear, com a resposta obtida verificou-se qual a ordem e o tipo de sistema correspondente à resposta do transdutor. Através dos dados experimentais determinaram-se os parâmetros dinâmicos do modelo matemático. Foram obtidos modelos matemáticos lineares de 2ª ordem de cada transdutor. As respostas dos modelos mostram ter concordância satisfatória quando comparadas aos dados experimentais.

Palavras-chave: modelagem dinâmica experimental; dinâmica transdutor pressão.

Introdução

Medidas de pressão são amplamente utilizadas em várias áreas, como pesquisa e desenvolvimento, monitoração de variável e controle de processo, em que se necessita conhecer precisamente as pressões envolvidas e como elas variam no tempo. Isso exige o uso de instrumentos calibrados através de processos dinâmicos.

Os processos de calibração dinâmica geralmente utilizam geradores de pressão sofisticados e caros. Também é comum usar um transdutor de alta qualidade, adotado como padrão. Outro agravante é a exigência de mão-de-obra especializada para realizar as calibrações sofisticadas.

A caracterização dinâmica de um sistema de medição pode ser descrita matematicamente. Neste trabalho isso é feito através de uma modelagem matemática, obtendo-se a função de transferência do sistema através de dados experimentais.

A grande ênfase desta pesquisa é a utilização de um processo simples e de relativo baixo custo. A metodologia baseou-se em aumentar lentamente a pressão, fornecida por um sistema hidráulico básico, até que ocorresse a explosão de um diafragma e, com isso, obteve-se um degrau de pressão, supostamente ideal. Considerando o transdutor como sistema linear, com a resposta obtida nos ensaios verificou-se qual poderia ser a ordem e o tipo de sistema

correspondente, teoricamente. Através dos dados experimentais determinaram-se os parâmetros dinâmicos do modelo matemático.

Dois transdutores piezorresistivos foram ensaiados onde os seus modelos matemáticos lineares de 2ª ordem foram obtidos, a menos do ganho. As respostas teóricas normalizadas dos modelos apresentam concordância satisfatória quando comparadas aos dados experimentais.

Fundamentos para a Modelagem Experimental

A literatura indica que transdutores ou sistemas de medidas são geralmente projetados para terem calibração estática linear. No caso de transdutores de pressão, a determinação da sensibilidade (ganho K da função de transferência) é feita através de procedimento-padrão amplamente divulgado e utilizado. Por ser este corriqueiro e comum, o enfoque deste trabalho recaiu somente na determinação das propriedades dinâmicas. Estas são de suma importância para medições de pressão que possuem variações rápidas em função do tempo.

Para que seja feita especificação completa do seu comportamento dinâmico, torna-se interessante que o transdutor de pressão seja descrito matematicamente como um sistema dinâmico.

Geralmente em calibrações, quando um degrau de pressão é submetido aos sensores (Diniz *et al.*, 2003), os transdutores de pressão comportam-se, aparentemente, como sistemas de 2ª ordem, em que a função de transferência geral tem a forma:

$$\frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{K}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1} \quad (1)$$

em que:

$s \triangleq$ variável de Laplace;

$Q_o(s) \triangleq$ transformada de Laplace da saída;

$Q_i(s) \triangleq$ transformada de Laplace da entrada;

$K \triangleq$ ganho da função de transferência;

$\omega_n \triangleq$ frequência natural não amortecida;

$\zeta \triangleq$ fator de amortecimento.

Para obter o modelo matemático linear através de experimentos, vários tipos de testes podem ser realizados (Doebelin, 1980), como: (i) teste do impulso, (ii) teste da entrada degrau, (iii) resposta em frequência e (iv) testes com sinais aleatórios.

Neste trabalho utilizou-se a metodologia do teste da entrada degrau. A aplicação desse método baseia-se em procedimentos para sistema de 2ª ordem subamortecido ($\zeta < 1$) e para sistemas superamortecido ou criticamente amortecido ($\zeta \geq 1$).

Procedimento para sistemas superamortecidos e criticamente amortecidos

Nos sistemas superamortecidos, a resposta à entrada degrau não apresenta oscilações. Este sistema pode ser dividido (fatorado) em dois sistemas de 1ª ordem. Assim, o sistema de 2ª ordem superamortecido pode ser representado na forma de diagrama de blocos, conforme a Figura 1.

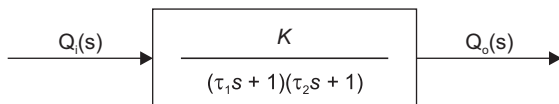


Figura 1 Sistema de 2ª ordem superamortecido na forma de diagrama.

Do diagrama de blocos pode-se escrever:

$$Q_o(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \cdot Q_i(s) \quad (2)$$

em que:

τ_1 e $\tau_2 \triangleq$ constantes de tempo.

Através de tratamento matemático obtém-se a função resposta $q_o(t)$, quando $q_i(t)$ é um degrau unitário, isto é:

$$q_o(t) = Vf - Vf(1-C)e^{-\frac{1}{\tau_1}t} - VfCe^{-\frac{1}{\tau_2}t} \quad (3)$$

em que:

$q_o(t) \triangleq$ saída do instrumento, transformada inversa de;

$Vf \triangleq$ valor final do degrau de pressão;

$C \triangleq$ constante.

Os valores da função resposta teórica podem ser obtidos através da equação (3) e confrontados com os dados dos ensaios. A Figura 2 mostra a representação de uma curva de resposta obtida experimentalmente de um sistema de 2ª ordem, a uma entrada degrau $q_i(t)$.

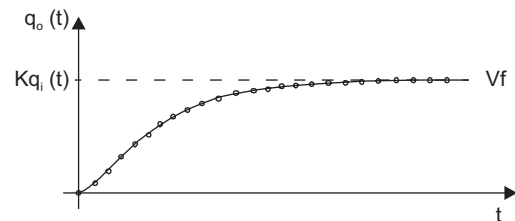


Figura 2 Representação de uma curva de resposta ao degrau $q_i(t)$ de um sistema de 2ª ordem obtida experimentalmente.

A equação característica dos sistemas de 2ª ordem superamortecidos possui duas raízes reais negativas r_1 e r_2 , o que implica exponenciais decrescentes.

A raiz r_1 possui bastante influência no início da resposta e decai rapidamente com o aumento do tempo t , e então predomina apenas a raiz r_2 , que no início contribui pouco.

Sabendo que $V_f = Kq_i(t)$, para obter os valores de τ_1 , τ_2 e C , traça-se um gráfico em escala logarítmica e passa-se uma reta entre os pontos do início do gráfico e outra nos pontos finais do gráfico, regiões onde predominam, respectivamente, as raízes, Figura 3.

O valor de τ_1 é a tangente do ângulo A, ou seja:

$$\operatorname{tg}A = \tau_1 \quad (4)$$

O valor de τ_2 é a tangente do ângulo B, isto é:

$$\operatorname{tg}B = \tau_2 \quad (5)$$

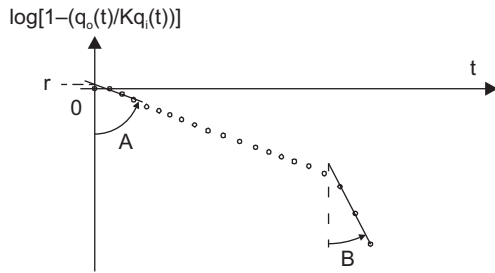


Figura 3 Curva de resposta de um sistema de 2ª ordem em escala logarítmica.

Prolongando a reta que forma o ângulo A, esta cruzará o eixo das ordenadas em um ponto cujo valor é:

$$r = \ln(Vf - C) \tag{6}$$

Como Vf é obtido experimentalmente (Figura 2), da equação (6) é possível encontrar o valor de C, ou seja:

$$C = Vf - e^r \tag{7}$$

Com os valores de C, τ_1 e τ_2 , a função da equação (3) fica determinada.

Procedimento para sistemas subamortecidos

Da função de transferência da equação (1) pode-se obter a equação diferencial:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 q_o}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dq_o}{dt} + q_o = Kq_i \tag{8}$$

As condições iniciais dessa equação são iguais a zero. Resolvendo a equação diferencial quando a entrada q_i é a função degrau, a resposta é:

$$q_o = Kq_{is} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \text{sen} \left(\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t + \text{arcsen} \sqrt{1-\zeta^2} \right) \right] \tag{9}$$

Os valores de ζ e ω_n são obtidos através da resposta transitória do sistema de 2ª ordem.

A resposta transitória de um sistema de 2ª ordem, quando a entrada é um degrau, apresenta oscilações amortecidas e parâmetros podem ser definidos como ilustrado na Figura 4.

Através da resposta experimental determina-se o máximo sobre-sinal M_p que é dado por:

$$M_p(\%) = \frac{q_o(t_p) - Kq_i(t)}{Kq_i(t)} \cdot 100 \tag{10}$$

Com o valor de M_p pode-se determinar ζ através do gráfico (Ogata, 1982) da Figura 5.

Conhecendo os valores de t_p (instante do primeiro pico) e de ζ pode-se determinar ω_n através da expressão (Ogata, 1982):

$$\omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1-\zeta^2}} \tag{11}$$

Com os valores de ζ e ω_n , as características dinâmicas do sistema ficam determinadas.

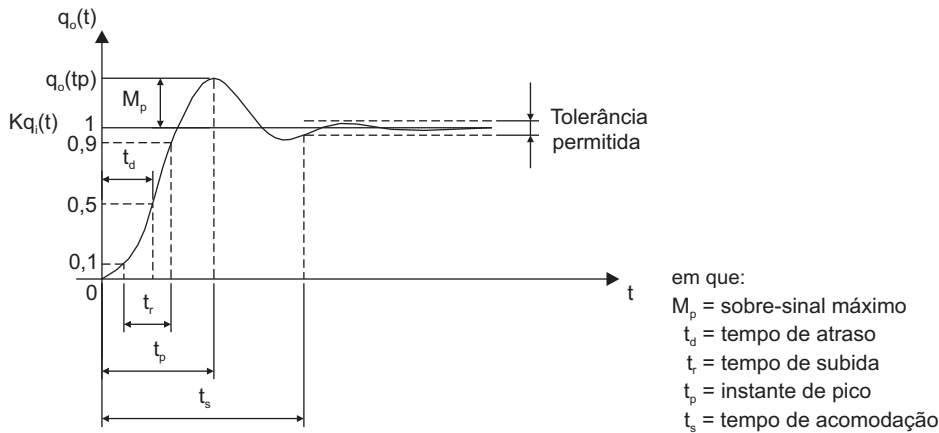


Figura 4 Parâmetros da resposta de um sistema de 2ª ordem à entrada degrau unitário.

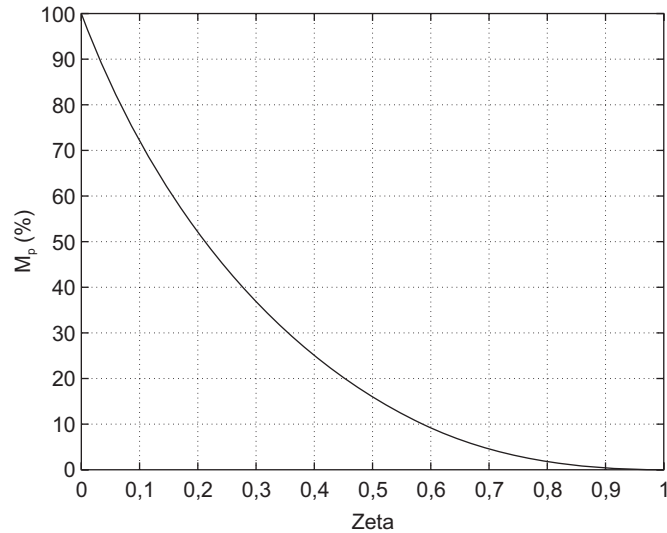


Figura 5 Curva de M_p percentual em função de ζ .

Componentes da Bancada Experimental

O sistema de calibração é composto basicamente por um sistema hidráulico, pelo gerador transiente de pressão, pelo transdutor a ser calibrado e por um sistema de aquisição (Figura 6).

O transdutor a ser calibrado é montado na câmara de pressão do gerador com seu elemento sensível faceando a superfície lateral interna da cavidade da câmara, ficando o mesmo em contato com o fluido de calibração. O controle da pressão da entrada é feito através do sistema hidráulico.

O sistema de calibração utiliza um conjunto de aquisição de dados constituído por um microcomputador com uma placa de aquisição, responsável pela coleta de dados.

O gerador de transiente de pressão desenvolvido (Figura 7) é do tipo aperiódico e foi utilizado nos ensaios

de calibração, no domínio do tempo. O gerador foi o responsável pelo fornecimento do degrau negativo de pressão, necessário para a realização dos experimentos.

O gerador é um dispositivo de construção simples, com baixo custo de fabricação e de operação. É basicamente formado por duas câmaras: a de pressão e a de retorno do fluido.

A câmara de pressão é composta por um corpo cilíndrico com uma cavidade interna, que é preenchida por um fluido hidráulico, e por duas conexões que conduzem a essa cavidade. Uma conexão é utilizada para instalação do transdutor a ser calibrado e a outra, para a entrada de fluido. O fluido é isolado da pressão atmosférica através de um disco de ruptura que é fixado por um flange e parafusos.

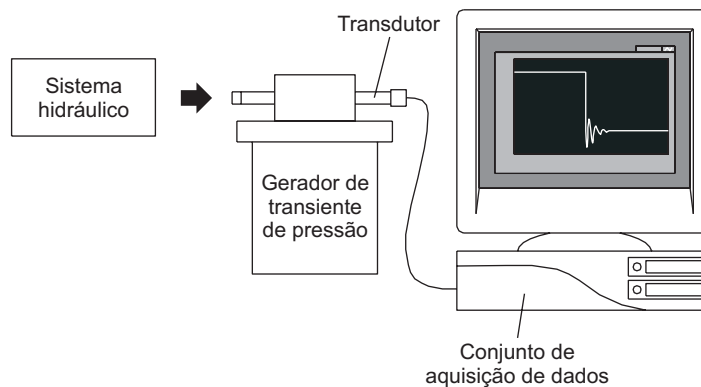


Figura 6 Esquema do sistema de calibração.

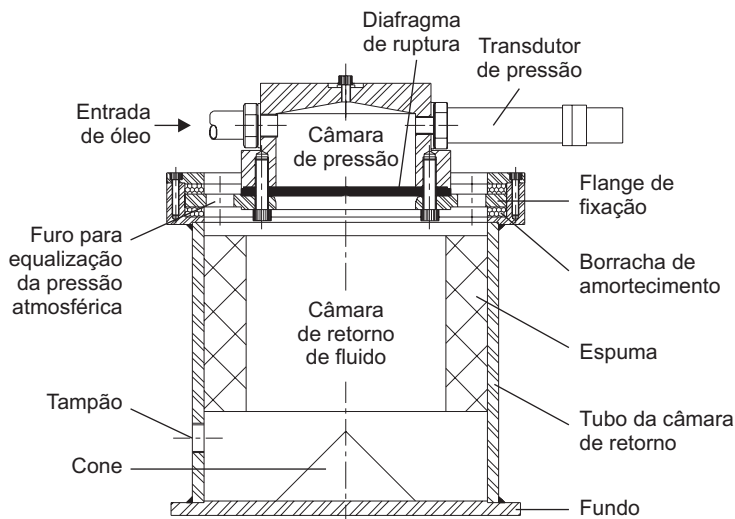


Figura 7 Gerador de transiente de pressão tipo degrau.

A câmara de retorno é composta por um tubo que é fixado a um fundo através de solda. No fundo há um cone metálico com a função de desviar as ondas de eco para a lateral do tubo. Na parte superior há um suporte para conexão do tubo à câmara de pressão. Um furo com tampão na lateral do tubo é usado para escoar o óleo e fazer o seu retorno ao sistema. Esse tubo é revestido internamente com espuma para prevenir ecos. As faces do suporte possuem borrachas para amortecer o impacto gerado pela ruptura do disco.

A conexão entre as duas câmaras é feita através do flange de fixação do disco de ruptura, o qual contém vários furos com o intuito de manter a pressão atmosférica na câmara de retorno. Esse flange é fixado no suporte da câmara de retorno.

Os discos de ruptura utilizados nos testes foram de acrílico com 3 mm de espessura.

A pressão de entrada do sistema de calibração é fornecida por um sistema hidráulico comum.

O microcomputador utilizado possui um processador AMD Athlon (tm) XP 1800 de 1,53GHz, 256MB de memória RAM e HD de 40GB.

O software utilizado é o LabView 7.1 e a placa de aquisição de dados é o modelo NI-DAQmx – NI PCI-6024E da National Instruments.

Procedimento Experimental

A Figura 8 mostra esquematicamente o sistema hidráulico usado durante os ensaios.

Na realização dos experimentos, a pressão do sistema hidráulico foi limitada em 700 psi.

No sistema hidráulico há duas válvulas reguladoras de vazão e entre elas está o gerador de pressão e um manômetro para indicar a pressão fornecida, conforme mostra a Figura 8.

A válvula reguladora de vazão (2), conectada na linha pressão após a saída da bomba, é mantida fechada, e a válvula reguladora (3), conectada em seguida e ligada ao tanque, é mantida com certa regulagem. Com as válvulas nessa configuração, não há pressão chegando ao gerador.

Nesta condição de regulagem inicia-se a aquisição de dados.

A válvula (2) é aberta até o ponteiro do manômetro (4) começar a se movimentar, e mantém-se essa abertura até o final do processo. Em seguida, a válvula (3) começa a ser fechada lentamente, e com isso consegue-se um controle no aumento da pressão que sobe gradualmente e de forma lenta. A válvula (3) continua sendo fechada até ocorrer o rompimento do diafragma.

Logo após o rompimento do diafragma, o sistema de aquisição interrompe a coleta de dados.

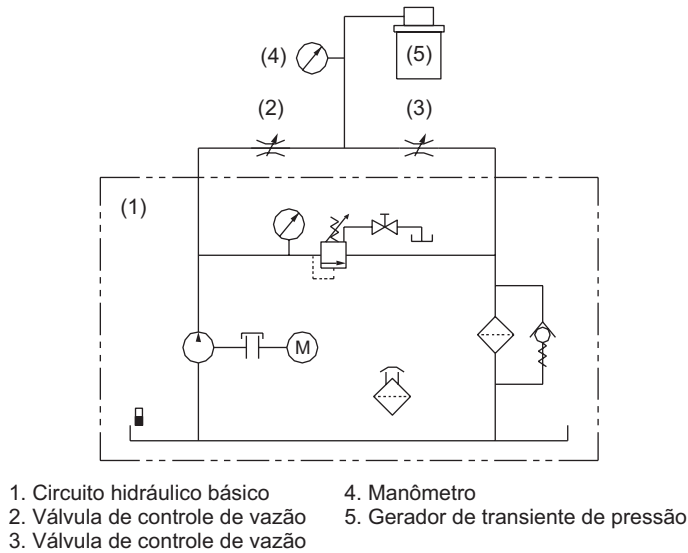


Figura 8 Sistema hidráulico para gerar o transiente de pressão.

Resultados Obtidos

Os resultados obtidos foram realizados seguindo o procedimento experimental, e as curvas típicas estão ilustradas nas Figuras 9 e 10.

Através dos resultados obtidos encontrou-se um modelo matemático linear de 2ª ordem para cada transdutor de pressão.

Para efeito de modelagem com os dados experimentais e comparação entre dados práticos e teóricos, as curvas experimentais foram normalizadas e invertidas. Assim, o modelo para a função resposta do transdutor Zürich modelo PLN-2 / PSI-420 encontrado foi:

$$q_0 = 1 - (1 - (-0,12367))e^{-\left(\frac{t}{0,120189}\right)} - (-0,12367)e^{-\left(\frac{t}{0,015261}\right)} \quad (12)$$

A Figura 11 mostra a curva experimental normalizada e invertida e a obtida através da função modelo, para o transdutor PLN-2 / PSI-420.

A função de transferência (voltagem/pressão), para as condições dos ensaios, resultou:

$$\frac{V}{P}(s) = \frac{K}{(0,12s + 1)(0,015s + 1)} \quad (13)$$

em que K é o ganho estático que pode ser determinado através de calibração estática rotineira.

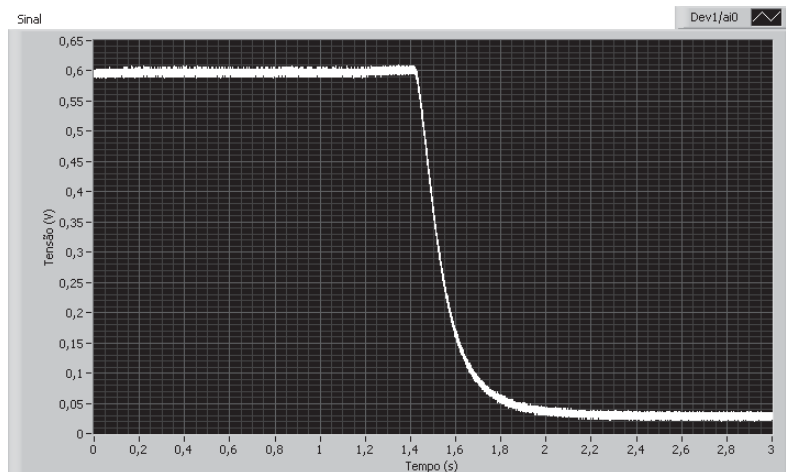


Figura 9 Comportamento típico do transiente de pressão medido pelo transdutor PLN-2/PSI-420.

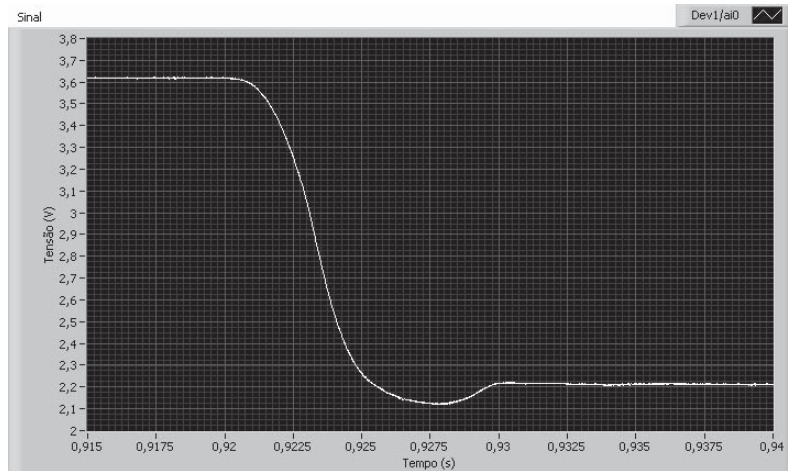


Figura 10 Comportamento típico do transiente de pressão medido pelo transdutor AKS 33.

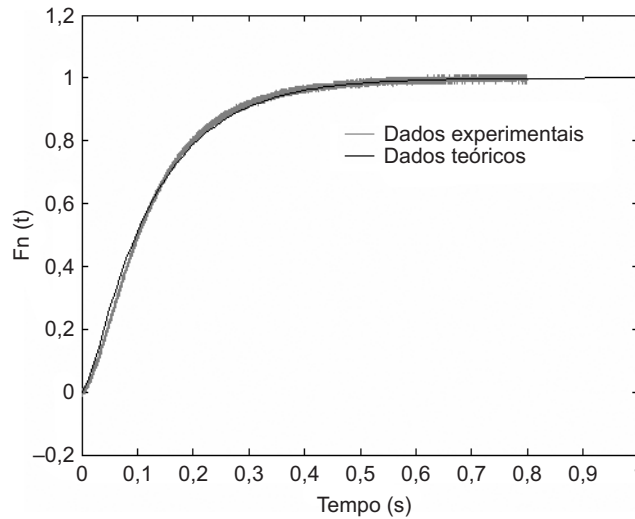


Figura 11 Comparação entre a curva experimental normalizada e invertida e a curva obtida através da função modelo, equação (12), para o transdutor PLN-2/PSI-420.

Para o caso do transdutor AKS 33 aplicaram-se os procedimentos descritos anteriormente e obteve-se o seguinte modelo para a função resposta:

$$q_o = 1 \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - (0,66)^2}} e^{-(0,66 / 597,4)t} \operatorname{sen} \left(\sqrt{1 - (0,66)^2} 597,4t + \operatorname{arcsen} \sqrt{1 - 0,66^2} \right) \right] \quad (14)$$

A Figura 12 mostra a curva experimental normalizada e invertida e a gerada através da função modelo (equação 14), para o transdutor AKS 33.

A função de transferência (voltagem/pressão) desse transdutor Danfoss, para as condições dos ensaios, resultou na equação (15):

$$\frac{V}{P}(s) = \frac{K}{\frac{s^2}{597,4^2} + \frac{2 \times 0,66}{597,4} s + 1} \quad (15)$$

em que K é o ganho estático que pode ser determinado através de calibração estática rotineira.

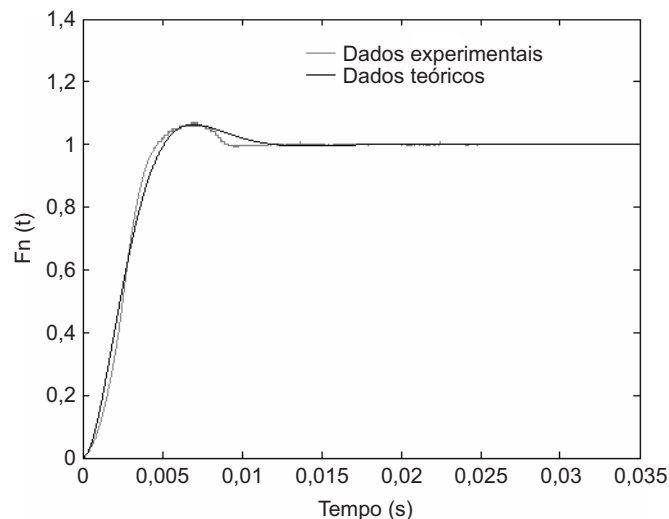


Figura 12 Comparação entre a curva experimental normalizada e invertida e a curva obtida através da função modelo (equação 14), para transdutor AKS 33.

Conclusões

O gerador de pressão transiente desenvolvido mostrou bom funcionamento para gerar transientes de pressão, capaz de operar com baixas e altas pressões (até aproximadamente 1000 psi).

O gerador é relativamente de baixo custo de fabricação e possui a grande vantagem de não usar um sistema auxiliar como padrão.

As respostas obtidas através dos modelos matemáticos lineares para sistemas de 2ª ordem superamortecido e subamortecido mostraram concordância satisfatória quando comparadas com os dados obtidos experimentalmente.

Com isso foi possível descrever matematicamente a parte dinâmica dos transdutores de pressão e, conseqüentemente, obter as respectivas Funções de Transferência, a menos dos seus ganhos.

Um resultado importante refere-se ao desenvolvimento de um procedimento de calibração dinâmica sem utilizar sistema de referência, mas com um gerador de pressão

transiente tipo degrau, de baixo custo e de simples operação. Com os modelos matemáticos obtidos e os métodos de obtenção de resposta transitória utilizados foi possível descrever matematicamente as características dinâmicas dos transdutores de pressão através da determinação do denominador das respectivas funções de transferência.

Referências Bibliográficas

- DINIZ, A. C. G. C.; VIANNA, J. N. S.; NEVES, F. J. R. Calibração dinâmica de sensores de pressão: métodos e meios. In: METROLOGIA 2003 – METROLOGIA PARA A VIDA. Recife, 2003.
- DOEBELIN, E. O. *System modeling and response: theoretical and experimental approaches*. New York: Wiley, 1980.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*, Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil, 1982.