



PROGRAMA PARA ANÁLISE DE PLACAS ORTOTRÓPICAS

Jorge Luís Nunes de Góes

Pós-doutorando do Departamento de Engenharia de Estruturas,
Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo,
Av. Trabalhador São-carlense, 400, CEP 13566-970, São Carlos, SP, e-mail: jgoes@sc.usp.br

Malton Lindquist

Doutorando do Departamento de Engenharia de Estruturas,
Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo,
Av. Trabalhador São-carlense, 400, CEP 13566-970, São Carlos, SP, e-mail: malton@sc.usp.br

Antonio Alves Dias

Professor Doutor do Departamento de Engenharia de Estruturas,
Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo,
Av. Trabalhador São-carlense, 400, CEP 13566-970, São Carlos, SP, e-mail: dias@sc.usp.br

Carlito Calil Jr.

Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas,
Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo,
Av. Trabalhador São-carlense, 400, CEP 13566-970, São Carlos, SP, e-mail: calil@sc.usp.br

Resumo

As modernas pontes de madeira, atualmente em estudo no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, apresentam comportamento estrutural complexo, exigindo modelos sofisticados para o dimensionamento. Com o intuito de facilitar a análise estrutural das pontes de madeira e promover seu emprego foi desenvolvido um programa computacional denominado ATM (Análise de Tabuleiros de Madeira). O programa elaborado permite o cálculo de cinco tipos diferentes de pontes (ponte mista madeira-concreto, ponte protendida de seção simples, ponte protendida formada por vigas de seção T, ponte protendida com tabuleiro multicelular e ponte protendida treliçada). Este trabalho tem por objetivos a divulgação do programa ATM, a apresentação da teoria por ele utilizada e a comprovação da eficiência dos resultados. Para verificar a validade da solução por séries da equação de placas ortotrópicas, utilizada pelo programa ATM, são desenvolvidos alguns exemplos numéricos e os resultados são comparados com o software comercial de elementos finitos AnSYS 5.7. Os resultados indicam excelente concordância entre os resultados obtidos.

Palavras-chave: placas ortotrópicas, elementos finitos, pontes de madeira.

Introdução

No Brasil, país com forte vocação agrícola, a maioria das pontes na zona rural é construída de madeira. Estas pontes têm fundamental importância para o desenvolvimento do País, pois asseguram a entrada de insumos agrícolas e o escoamento da produção.

A maioria das pontes de madeira é construída sem nenhum acompanhamento técnico de profissionais especializados ou de projeto adequado, resultando em estruturas de caráter provisório, inseguras e com alto custo de manutenção. O atual estado de degradação dessas pontes reflete-se em um quadro negativo no uso da madeira como um material estrutural.

Essa má utilização da madeira tem levado os órgãos públicos a evitarem seu uso na construção de pontes, desperdiçando assim um material que tem plenas condições de competir com o aço e concreto, principalmente num país com vocação florestal como o Brasil.

Atualmente, o Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeiras da USP São Carlos está desenvolvendo estudos sobre o custo efetivo, comportamento estrutural e dimensionamento de novos sistemas estruturais para uso em pontes de madeira.

Dentre as mais recentes tecnologias empregadas na construção das modernas pontes de madeira, as que mais se destacam são as pontes mistas de madeira-concreto

e as pontes de madeira laminada protendida transversalmente. A Figura 1 mostra uma ponte em sistema estrutural misto madeira-concreto, construída em 2003 no Campus II da Escola de Engenharia de São Carlos – USP.

Esses sistemas estruturais têm comportamento estrutural complexo, exigindo modelos sofisticados para o dimensionamento sob carregamentos de projeto.

Um dos métodos mais utilizados para o dimensionamento das modernas pontes de madeira é o método da placa ortotrópica equivalente, que leva em conta as dimensões, forma e materiais utilizados. A complexidade da ortotropia física (material) e geométrica da ponte pode ser reduzida para uma placa ortotrópica com propriedades elásticas equivalentes.

O conceito de considerar a estrutura do tabuleiro de ponte como sendo uma placa ortotrópica equivalente, para a determinação dos esforços, vem sendo estudado há muitos anos. Segundo Cusens & Pama (1975), em 1914, Huber utilizou pela primeira vez a teoria de placas ortotrópicas na análise de pontes de concreto nervuradas. Guyon, em 1946, utilizou o método para analisar tabuleiro com pequena rigidez à torção. Mais tarde, Massonet, em 1950, estendeu o método para incluir rigidez à torção em tabuleiros.

Com o intuito de facilitar a análise estrutural das pontes de madeira em placa e contribuir para promover o uso das modernas pontes de madeira foi desenvolvido, em parceria, pelos engenheiros Jorge Luís Nunes de Góes e Malton Lindquist, um programa computacional baseado no Modelo de Placa Ortotrópica Equivalente, denominado ATM (Análise de Tabuleiros de Madeira).

O programa elaborado é de fácil utilização e permite o cálculo de cinco tipos diferentes de pontes (ponte mista madeira-concreto, ponte protendida de seção simples, ponte

protendida formadas por vigas de seção T, ponte protendida com tabuleiro multicelular e ponte protendida treliçada) sob carregamentos normalizados pela NBR 7188 (1984).

Este trabalho tem por objetivos a divulgação do programa ATM, a apresentação da teoria por ele utilizada e a comprovação de sua eficiência com a comparação dos resultados, em exemplos numéricos, com os obtidos de um programa comercial em elementos finitos.

Teoria de Placa Ortotrópica Equivalente

As pontes mistas madeira-concreto e as pontes de madeira protendidas transversalmente podem ser calculadas utilizando-se a teoria de placa ortotrópica equivalente. As características físicas e geométricas das pontes podem ser convertidas para uma placa ortotrópica simples, maciça e de altura constante com propriedades elásticas equivalentes, $(E_L)_{eq}$, $(E_T)_{eq}$ e $(G_{LT})_{eq}$.

$$(E_L)_{eq} = 12 \frac{D_x}{t_{eq}^3} (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) \quad (1)$$

$$(E_T)_{eq} = 12 \frac{D_y}{t_{eq}^3} (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) \quad (2)$$

$$(G_{LT})_{eq} = 6 \frac{D_{xy}}{t_{eq}^3} \quad (3)$$

em que:

$(E_L)_{eq}$ = módulo de elasticidade na direção longitudinal da placa equivalente;

$(E_T)_{eq}$ = módulo de elasticidade na direção transversal da placa equivalente;



Figura 1 Ponte mista madeira-concreto no Campus II da EESC-USP.

- $(G_{LT})_{eq}$ = módulo de elasticidade à torção no plano longitudinal-transversal da placa equivalente;
 t_{eq} = espessura da placa equivalente;
 D_x = rigidez efetiva à flexão na direção “x”;
 D_y = rigidez efetiva à flexão na direção “y”;
 D_{xy} = rigidez efetiva à torção no plano “xy”;
 $\tilde{\sigma}$ = coeficiente de Poisson.

De forma geral, para as pontes em questão, os coeficientes de Poisson podem ser atribuídos nulos, por representarem pequena influência no comportamento destas placas quando biapoiadas (Góes, 2005).

Para cada tipo de ponte existe uma forma adequada para a determinação dos valores de D_x , D_y e D_{xy} . A seguir são apresentadas as equações para a determinação das propriedades D_x , D_y e D_{xy} , para pontes com tabuleiro misto madeira-concreto.

A Figura 2 ilustra as características geométricas da seção transversal de uma ponte com tabuleiro misto madeira-concreto.

A rigidez à flexão da ponte na direção “x” é expressa pelo produto “ EI_{ef} ” dividido pela largura da ponte.

$$D_x = \frac{EI_{ef}}{b} \quad (4)$$

Para uma seção transversal com a geometria ilustrada na Figura 2, a equação (4) fica:

$$D_x = \frac{1}{b} \left(E_c I_c + \gamma_c E_c A_c a_c^2 + E_w I_w + \gamma_w E_w A_w a_w^2 \right) \quad (5)$$

em que:

$$I_c = \frac{b \cdot h_c^3}{12} \quad \text{e} \quad I_w = n_v \cdot \frac{b_w \cdot h_w^3}{12} \quad (6)$$

$$A_c = b \cdot h_c \quad \text{e} \quad A_w = n_v \cdot b_w \cdot h_w \quad (7)$$

$$\gamma_w = 1 \quad \text{e} \quad \gamma_c = \left[1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s}{K \cdot L^2} \right]^{-1} \quad (8)$$

$$a_w = \frac{\gamma_c E_c A_c (h_c + h_w)}{2(\gamma_c E_c A_c + \gamma_w E_w A_w)} \quad \text{e} \quad a_c = \left(\frac{h_c + h_w}{2} \right) - a_w \quad (9)$$

A rigidez à flexão da ponte na direção “y” é expressa pelo produto “EI” da laje de concreto dividido pelo comprimento da ponte.

$$D_y = \frac{E_c \cdot I_c}{L} \quad (10)$$

Para uma seção transversal com a geometria ilustrada na Figura 2, a equação (10) fica:

$$D_y = \frac{1}{L} \left(E_c \cdot \frac{L \cdot h_c^3}{12} \right) \quad (11)$$

Para pontes em placa com vigas como na Figura 2, Cusens & Pama (1975) indicam a seguinte equação para o cálculo da rigidez à torção.

$$D_{xy} = B_{xy} + \frac{G_c \cdot t^3}{6} \quad (12)$$

O valor “ B_{xy} ” é a rigidez à torção das vigas e o segundo termo indica a rigidez à torção da placa de concreto.

$$B_{xy} = 0,06 \cdot \frac{E_w \cdot n_v \cdot h_w \cdot b_w}{12 \cdot (h_w^2 + b_w^2)} \quad (13)$$

De posse dos valores das propriedades elásticas da placa equivalentes $(E_L)_{eq}$, $(E_T)_{eq}$ e $(G_{LT})_{eq}$, pode-se então calcular os esforços internos e deslocamentos por meio da teoria de placas ortotrópicas.

Para a obtenção desses resultados é necessário encontrar a solução para a equação diferencial parcial não homogênea de placas ortotrópicas, deduzida por Huber (1914), chamada “Equação de Huber”.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x,y) \quad (14)$$

A seguir é apresentada a solução por séries da equação (14), utilizada pelo programa ATM.

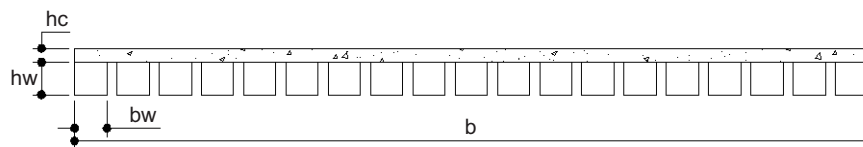


Figura 2 Seção transversal típica de uma ponte mista madeira-concreto.

Solução da Equação de Placa Ortotrópica

A solução da equação diferencial não homogênea de Huber (equação 14) consiste na superposição de duas soluções:

$$w = w_h + w_p \quad (15)$$

em que “ w_h ” representa a solução da equação diferencial homogênea e “ w_p ”, uma solução particular da equação diferencial não homogênea.

No caso do programa ATM, a solução da equação de placa ortotrópica é obtida por séries como indicado em Cusens & Pama (1975).

A equação tem diferentes soluções, dependendo das relações entre os três parâmetros de rigidez (D_x , D_y e H) e as condições de contorno. Para avaliar a influência desses parâmetros no comportamento da placa, deve ser considerado o problema de flexão para placa de largura infinita com dois lados simplesmente apoiados e duas bordas livres.

Como as pontes em questão podem ser consideradas placas simplesmente apoiadas, algumas das expressões sugeridas para a representação dos carregamentos em forma de Série de Fourier Senoidal encontram-se na Tabela 1.

As pontes rodoviárias são sujeitas aos carregamentos normalizados segundo NBR 7188 (1984), que consistem em cargas isoladas distribuídas sob uma pequena área, chamada área de contato das rodas.

Considerando essa particularidade das pontes rodoviárias, Cusens & Pama (1975) apresentam a solução da Equação de Huber para esse tipo de carregamento.

A Figura 3 mostra o esquema geométrico de uma placa solicitada por uma força distribuída “ p ” sobre uma área isolada “ $2v \times 2u$ ”.

$$p = \frac{P}{2u \cdot 2v} \quad (16)$$

A solução da Equação de Huber é dada pela equação (17).

$$w = \frac{PL^4}{uv\pi^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \text{sen}\alpha_n c \text{ sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n x K_1^* \quad (17)$$

$$K_1^* = \frac{1}{2b} \int_{Y_1-v}^{Y_1+v} K_1 dy \quad (18)$$

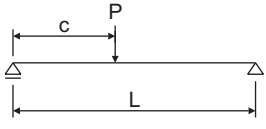

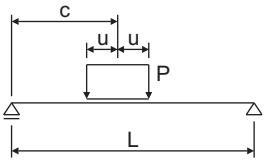
$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L} \quad (19)$$

Segundo Cusens & Pama (1975), os esforços internos podem ser obtidos pelas equações seguintes.

$$M_x = \frac{PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ sen}\alpha_n x \left(K_1^* - \frac{D_1}{D_x} K_2^* \right) \quad (20)$$

$$M_y = \frac{-PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \text{ sen}\alpha_n x \left(\frac{D_y}{D_x} K_2^* + \frac{D_2}{D_x} K_1^* \right) \quad (21)$$

Tabela 1 Funções típicas para alguns tipos de carregamento.

	$H_n = \frac{2P}{L} \text{sen} \left(\frac{n\pi c}{L} \right)$
	$H_n = \frac{4P}{L} \text{sen}^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right)$
	$H_n = \frac{4P}{n\pi} \text{sen} \left(\frac{n\pi c}{L} \right) \text{sen} \left(\frac{n\pi u}{L} \right)$

$$M_{xy} = \frac{PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \cos\alpha_n x \left(\frac{D_{xy}}{D_y} K_3^* \right) \quad (22)$$

$$M_{yx} = \frac{-PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \cos\alpha_n x \left(\frac{D_{yx}}{D_y} K_3^* \right) \quad (23)$$

$$Q_x = \frac{PL}{uv\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \cos\alpha_n x \left(K_1^* - \frac{D_1 + D_{xy}}{D_x} K_2^* \right) \quad (24)$$

$$Q_x = \frac{-PL}{uv\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{sen}\alpha_n u \text{ sen}\alpha_n c \cos\alpha_n x \left(K_4^* - \frac{D_2 + D_{xy}}{D_y} K_3^* \right) \quad (25)$$

Os coeficientes são expressos conforme a geometria do carregamento, e foram deduzidos por Cusens & Pama (1975) para todos os casos de tabuleiros ortotrópicos.

O Programa ATM

O primeiro programa para cálculo dos esforços internos de pontes protendidas de madeira foi desenvolvido por Joe Murphy, pesquisador do FPL (Calil, 2001). O pesquisador empregou a teoria para solução da Equação Diferencial de Placa Ortotrópica, utilizando o método citado no livro de Cusens & Pama (1975). O programa foi implementado em linguagem BASIC.

Okimoto (2001) utilizou os mesmos princípios do pesquisador americano e implementou o programa em linguagem Turbo Pascal, fazendo uso do compilador DELPHI para criar elementos visuais. Ao programa resultante deu o nome de AEP 1.0.

Com o intuito de adequar o programa para utilização em pontes treliçadas protendidas transversalmente, Cheung (2003) introduziu conceitos necessários para a transformação da placa com ortotropia geométrica em uma placa ortótropa equivalente. Desta forma, surgiu a versão 2.0.

Com o objetivo de revisar a teoria utilizada, verificar os passos e conceitos e implementar as entradas para outros tipos de pontes, foi desenvolvido um novo programa compilado na linguagem Borland C++ Builder. O programa não se baseou totalmente no AEP 2.0, mas utilizou-o como referência para sua elaboração.

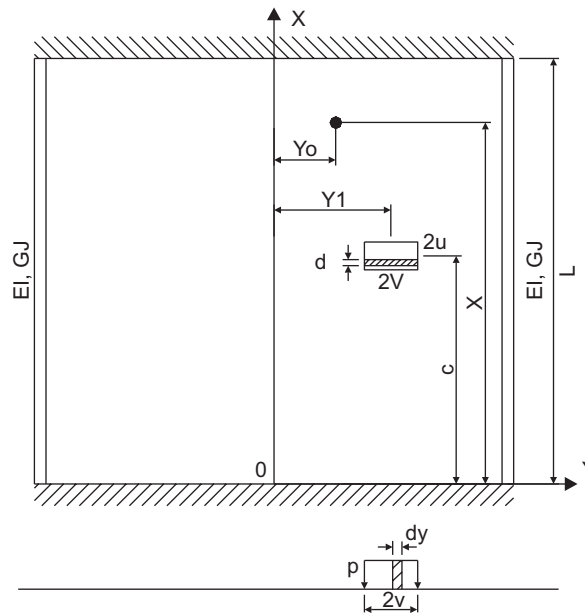


Figura 3 Tabuleiro com carregamentos distribuídos em pequenas áreas, Cusens & Pama (1975).

O novo programa tem por objetivos ser tão eficiente quanto o AEP 2.0 e permitir o cálculo de vários tipos de pontes de madeira com sistema em placa ortotrópica.

O programa foi desenvolvido em parceria pelos engenheiros Jorge Luís Nunes de Góes e Malton Lindquist. Ao programa deu-se o nome de ATM (Análise de Tabuleiros de Madeira). O ATM utiliza o modelo de placa ortotrópica equivalente e a teoria de placas ortotrópicas descritos anteriormente neste trabalho.

O programa ATM possibilita o cálculo de cinco tipos diferentes de pontes [ponte mista madeira-concreto, ponte protendida de seção simples, ponte protendida formada por vigas de seção T, ponte protendida com tabuleiro multicelular (formada por vigas de seção caixão) e ponte protendida treliçada].

Os conceitos iniciais do programa são:

1. Geração automática dos pontos de resultado, de acordo com uma malha preestabelecida pelo usuário; a malha simplesmente define os pontos nos quais serão apresentados resultados, não significando discretização e não tendo influência na precisão dos resultados.
2. Visualização da localização das cargas automaticamente, com a finalidade de facilitar a compreensão do usuário.
3. Visualização da posição dos pontos de resultados gerados.
4. Visualização dos resultados na própria janela inicial, facilitando a interface com o usuário.
5. Possibilidade de aplicação de cargas do veículo-tipo automaticamente, incluindo as cargas de multidão respectivas para cada tipo de classe de carregamento.
6. Visualização das cargas aplicadas com cores diferentes, para identificação das cargas de rodas e de multidão.
7. Possibilidade de modificação de qualquer parâmetro das cargas do veículo-tipo para os casos em que sejam utilizadas provas de carga com ações diferentes dos valores normalizados.
8. Visualização da seção transversal deformada para qualquer seção de pontos existente.
9. Número de pontos de cargas aplicadas e de leitura limitados apenas pela velocidade de cálculo do computador em questão (um computador doméstico com processador PIV 1,7 MHz demora aproximadamente 2 segundos para fazer os cálculos para 300 pontos de resultados e 10 pontos de carga).
10. Visualização da estrutura deformada em 3 dimensões com todos os recursos de visualização OpenGL.

O programa ATM, executado em Windows XP, tem como janela inicial a apresentada na Figura 4, em que é ilustrada uma ponte de 10 metros de vão com 5 metros de largura, sendo avaliado o ponto número 12, mostrado

com um círculo. Somente uma carga está sendo aplicada no centro da placa. As características da ponte podem ser vistas no GroupBox Dados, no canto superior esquerdo da janela.

O GroupBox “Resultados”, um pouco mais abaixo, mostra os resultados para o ponto em questão, tendo o valor do deslocamento do ponto selecionado destacado. Acionando-se os botões com setas pode ser modificado o ponto que tem seus resultados mostrados.

O GroupBox “Cargas” mostra o número de cargas aplicadas, podendo-se alterá-las com o clicar no botão correspondente. Na ponte da Figura 4 está aplicada uma carga de 100 kN, com dimensões de 20 cm × 20 cm, conforme o desenho. Utilizando-se o botão no qual está escrito “Tipo” pode ser aplicado o carregamento, com o veículo-tipo normalizado, segundo NBR 7188 (1984). No GroupBox “Malha” são especificados os números de pontos na direção “x” e “y”, segundo a convenção de eixos mostrada na Figura 4.

O programa permite a entrada de dados para cinco tipos diferentes de pontes (ponte mista madeira-concreto, ponte protendida de seção simples, ponte protendida formada por vigas de seção T, ponte protendida com tabuleiro multicelular e ponte protendida treliçada). Na Figura 5 está ilustrada a caixa de diálogo para as pontes mistas de madeira e concreto.

Acionando-se o botão para adicionar cargas do veículo-tipo, surge a caixa de diálogo mostrada na Figura 6. Para a classe 45 e 30, surge à esquerda o desenho do veículo-tipo em questão. No centro pode ser visualizado o veículo-tipo com as cargas de roda e de multidão.

Se a opção de carregamento for a classe 12, então, surge a caixa de diálogo ilustrada na Figura 7.

Retornando-se à janela inicial, pode-se verificar o veículo-tipo escolhido posicionado sobre a ponte (Figura 8).

Acionando-se o botão “Mudar Cargas”, o usuário tem a opção de alterar a quantidade, valor, posicionamento e dimensões das cargas em função da sua necessidade (Figura 9). Qualquer modificação de dimensão ou posicionamento das cargas será automaticamente vista no desenho.

O programa ATM possibilita a visualização da seção transversal da ponte deslocada. Acionando-se os botões de setas pode-se visualizar a deformada para as várias seções transversais ao longo da ponte (Figura 10).

O usuário também pode observar a deformação em três dimensões da estrutura. Acionando-se o botão “OpenGL” será mostrada a superfície deformada com escala de cores, sendo que, quanto mais claro, maior o deslocamento vertical (Figura 11).

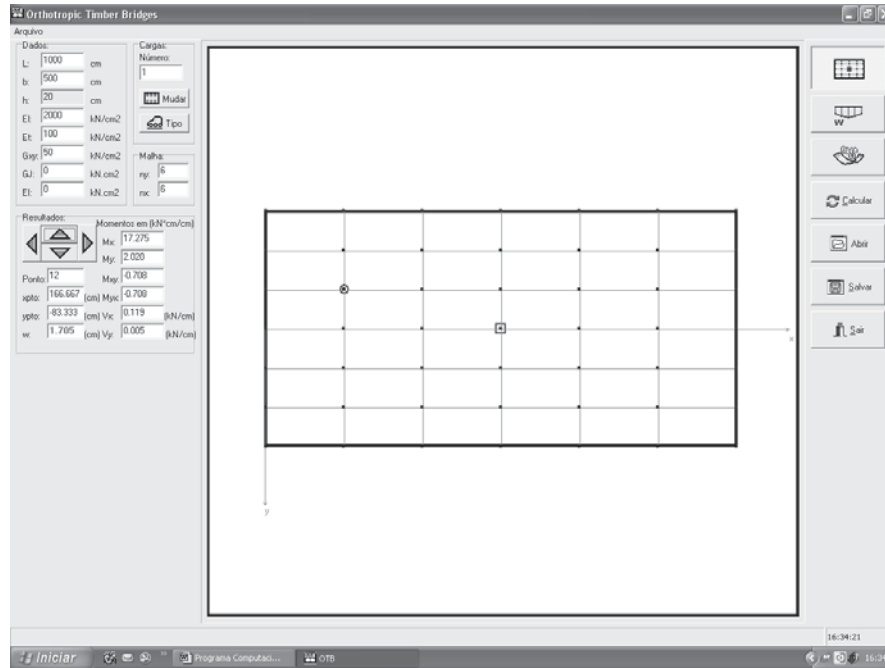


Figura 4 Janela inicial do programa ATM.

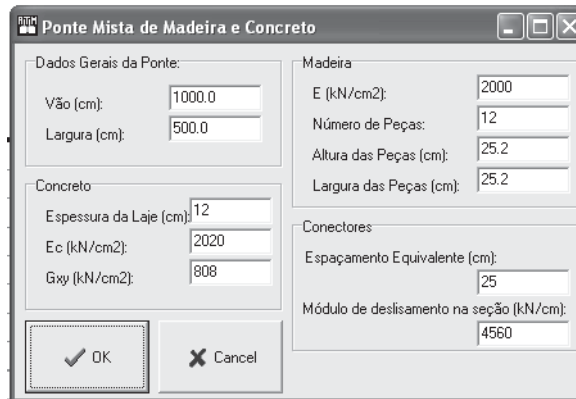


Figura 5 Dados de entrada para ponte protendida mista de madeira e concreto.

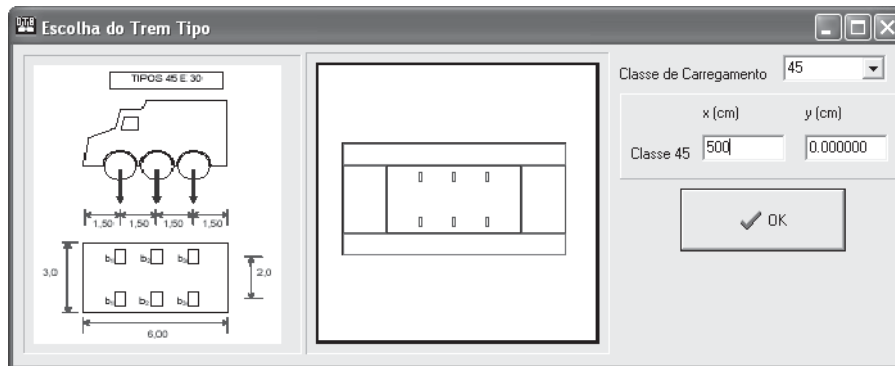


Figura 6 Caixa de diálogo – Escolha do veículo-tipo 30, 45.

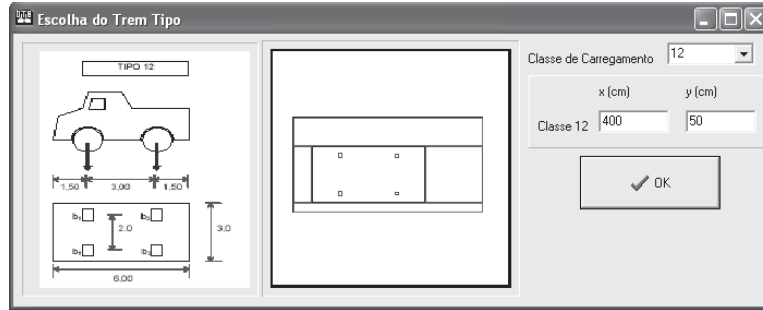


Figura 7 Caixa de diálogo – Escolha do veículo-tipo 12.

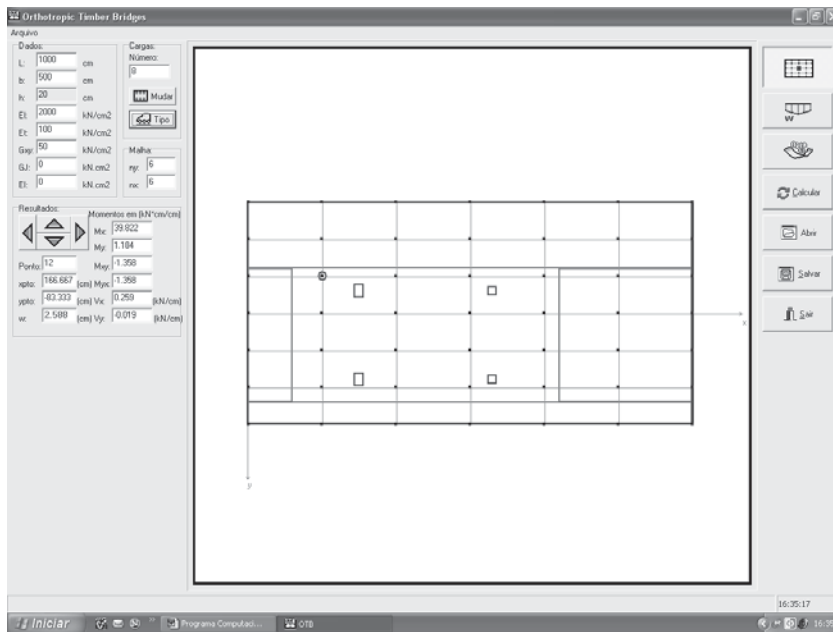


Figura 8 Janela inicial com veículo-tipo.

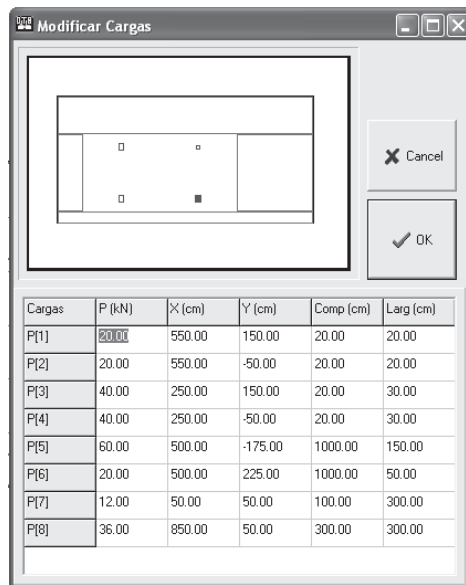


Figura 9 Caixa de diálogo – Modificar Cargas.

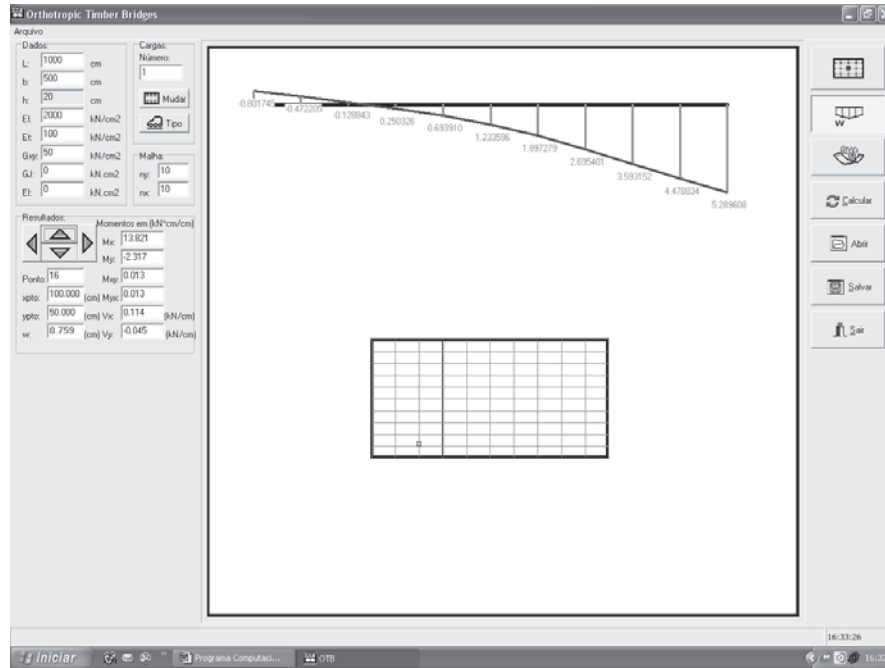


Figura 10 Janela inicial – seção transversal deslocada.

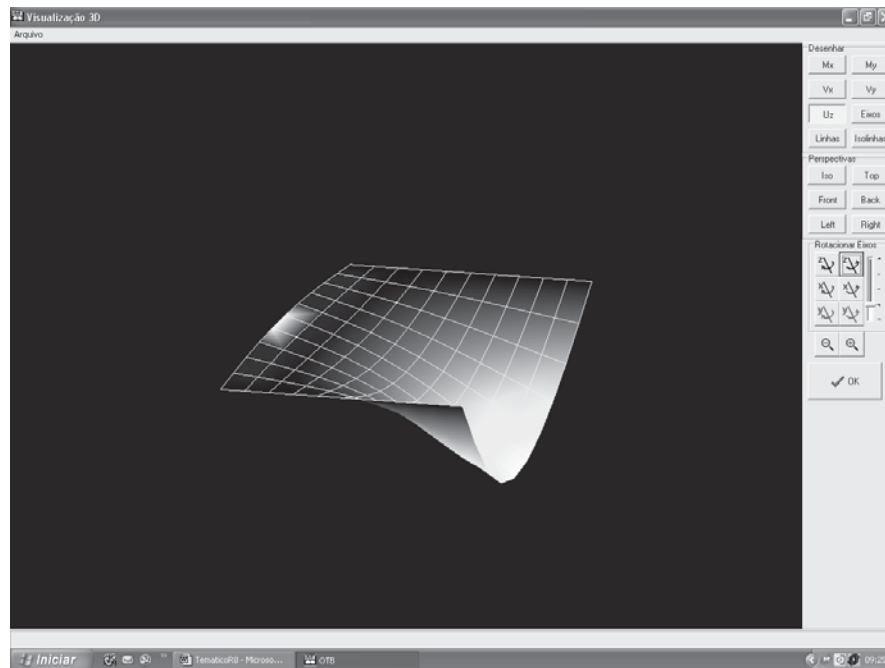


Figura 11 Janela de Visualização 3D – vista isométrica da deformada.

Comparação AnSYS × ATM

O programa ATM utiliza a solução por séries apresentada no item Solução da Equação de Placa Ortotrópica para resolver a equação de placas ortotrópicas. Com o intuito de verificar a validade desta solução, alguns exemplos numéricos são efetuados utilizando o software comercial de elementos finitos AnSYS 5.7, e os resultados obtidos são comparados com os resultados do programa ATM.

Para esta comparação numérica são utilizados elementos de casca SHELL 63 com capacidade de representar materiais com propriedades ortotrópicas.

Os parâmetros de análise são os deslocamentos verticais e as tensões normais na direção longitudinal, no centro do vão.

Para esta análise, foram escolhidas duas placas ortotrópicas com relações geométricas distintas. A primeira placa possui relação $L/b = 1$ (em que L é o comprimento e b é a largura), ou seja, uma placa quadrada. A segunda placa possui relação $L/b = 2$.

Esta escolha foi motivada pelo fato de grande parte das pontes de madeira apresentar geometria em planta contida neste intervalo, sendo $L/b = 1$ o limite inferior e $L/b = 2$ o limite superior.

Placa 1 ($L/b = 1$)

A primeira placa possui as seguintes propriedades geométricas e de elasticidade:

- $L = 600$ cm (comprimento).
- $b = 600$ cm (largura)
- $h = 20$ cm (espessura)
- $E_x = 20000$ MPa (módulo de elasticidade longitudinal)
- $E_y = 400$ MPa (módulo de elasticidade transversal – 2% de E_x)
- $E_z = 1000$ MPa (5% de E_x – conforme NBR 7190)

$$G_{xy} = 600 \text{ MPa (módulo de elasticidade à torção – 3% de } E_x)$$

$$G_{xz} = G_{yz} = 1000 \text{ MPa (5% de } E_x \text{ – conforme NBR 7190)}$$

$$v_{xy} = v_{xz} = v_{yz} = 0$$

A placa foi simulada com dois casos de carregamento. No primeiro caso de carregamento, foi aplicada uma força de 100 kN, distribuída em uma área de 40×40 cm (625 kN/m^2) e posicionada no centro geométrico da placa (Figura 12).

No segundo caso de carregamento a placa foi solicitada pela mesma carga de 100 kN distribuída em uma área de 40×40 cm, mas deslocada para uma borda (Figura 13).

Placa 2 ($L/b = 2$)

A segunda placa possui as seguintes propriedades geométricas e de elasticidade:

- $L = 1200$ cm (comprimento)
- $b = 600$ cm (largura)
- $h = 40$ cm (espessura)
- $E_x = 20000$ MPa (módulo de elasticidade na direção x)
- $E_y = 400$ MPa (módulo de elasticidade na direção y – 2% de E_x)
- $E_z = 1000$ MPa (5% de E_x – conforme NBR 7190)
- $G_{xy} = 600$ MPa (módulo de elasticidade transversal no plano xy – 3% de E_x)
- $G_{xz} = G_{yz} = 1000$ MPa (5% de E_x – conforme NBR 7190).
- $v_{xy} = v_{xz} = v_{yz} = 0$

Da mesma forma que a primeira, a placa foi simulada com dois casos de carregamento. No primeiro caso, foi solicitada por uma carga de 100 kN distribuída em uma área de 40×40 cm (625 kN/m^2) no centro geométrico da mesma (Figura 14).

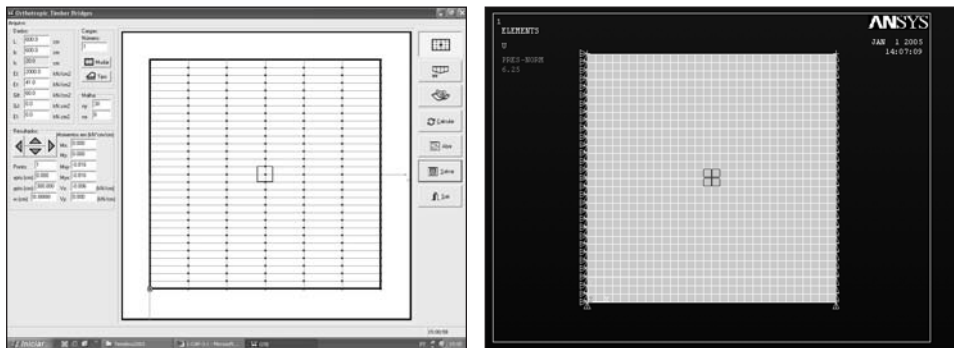


Figura 12 Placa 1 solicitada com carga posicionada no centro.

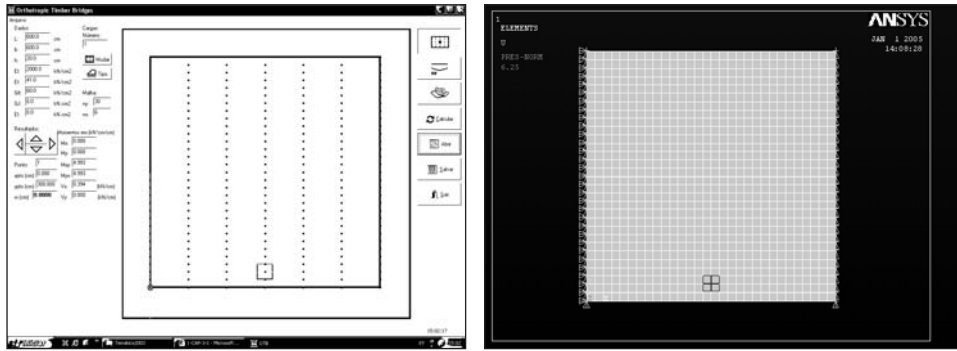


Figura 13 Placa 1 carregada com carga distribuída posicionada na borda esquerda.

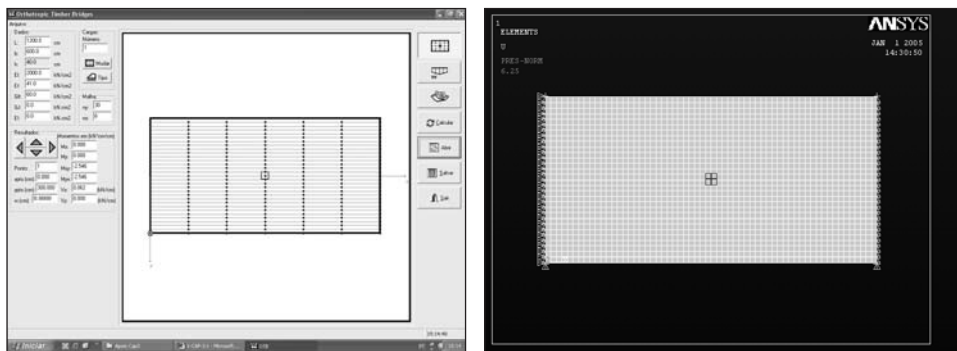


Figura 14 Placa 2 carregada com carga distribuída posicionada no centro.

No segundo caso de carregamento, a placa foi solicitada pela mesma força de 100 kN distribuída em uma área de 40×40 cm (625 kN/m^2), mas deslocada para a borda esquerda (Figura 15).

Resultados

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos das simulações realizadas nas duas placas estudadas. Também são apresentados, para cada posicionamento da força, os diagramas de flecha e tensões normais da seção transversal no centro do vão (Figuras 16, 17, 18 e 19).

Observando os diagramas das Figuras 17, 18, 19 e 20 nota-se a excelente concordância dos resultados obtidos pelos dois métodos. De modo geral, a diferença média entre as respostas obtidas é inferior a 0,5%. A região que apresenta maior discordância entre os resultados é a situada diretamente sobre o ponto de aplicação da carga.

A Tabela 2 aponta a diferença máxima entre os resultados do ATM e AnSYS, de 1,67% para flecha e 1,96% para tensão normal.

Em todos os casos estudados foram observadas pequenas diferenças entre as respostas dos dois métodos, comprovando a eficiência da teoria empregada no programa ATM. Desta forma, fica constatada a validade da solução de placas ortotrópicas por séries utilizada no programa ATM.

Conclusões

O programa ATM foi desenvolvido para auxiliar no dimensionamento das modernas pontes de madeira e permite o cálculo de cinco tipos de pontes (ponte mista madeira-concreto, ponte protendida de seção simples, ponte protendida formada por vigas de seção T, ponte protendida com tabuleiro multicelular e ponte protendida treliçada) sob carregamentos normalizados (NBR 7188, 1984).

Tabela 2 Resultados máximos obtidos para as placas 1 e 2.

Placa	Posição da Solicitação	Flecha			Tensão normal		
		ATM (cm)	AnSYS (cm)	Diferença (%)	ATM (MPa)	AnSYS (MPa)	Diferença (%)
1	Central	-1,412	-1,389	1,67	-12,834	-12,588	1,96
	Borda	-2,938	-2,942	-0,12	-19,051	-19,271	-1,14
2	Central	-0,782	-0,779	0,45	-3,967	-3,980	-0,32
	Borda	-1,822	-1,821	0,02	-6,689	-6,781	-1,35

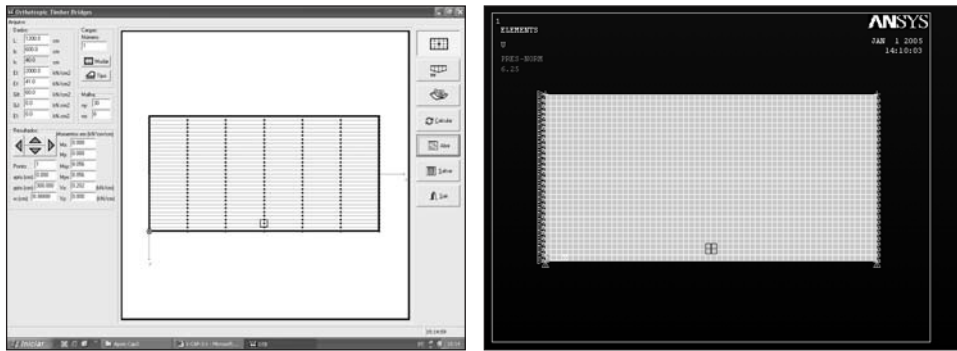


Figura 15 Placa 2 carregada com força distribuída posicionada na borda esquerda.

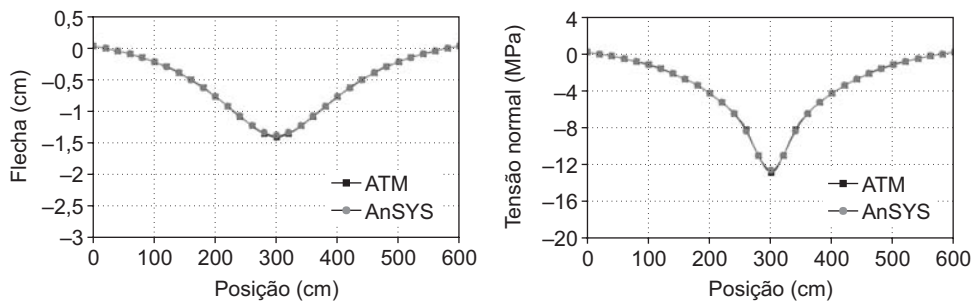


Figura 16 Resultados da placa 1 (carregamento central).

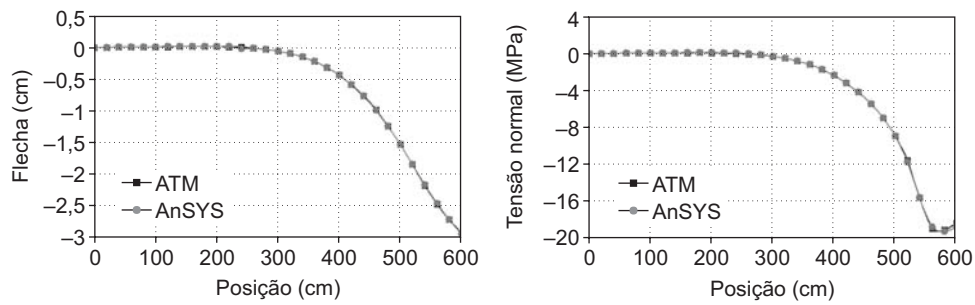


Figura 17 Resultados da placa 1 (carregamento de borda).

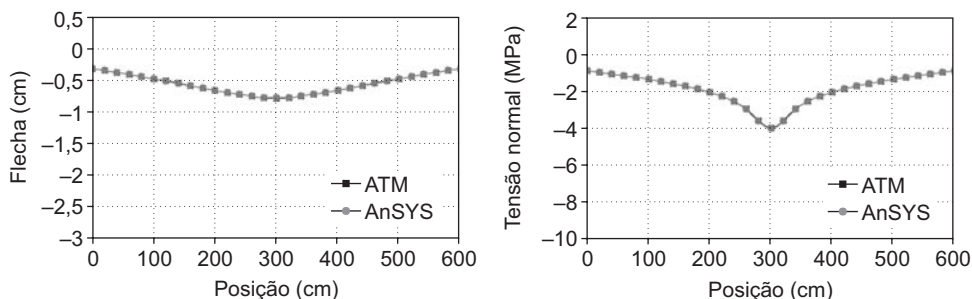


Figura 18 Resultados da placa 2 (carregamento central).

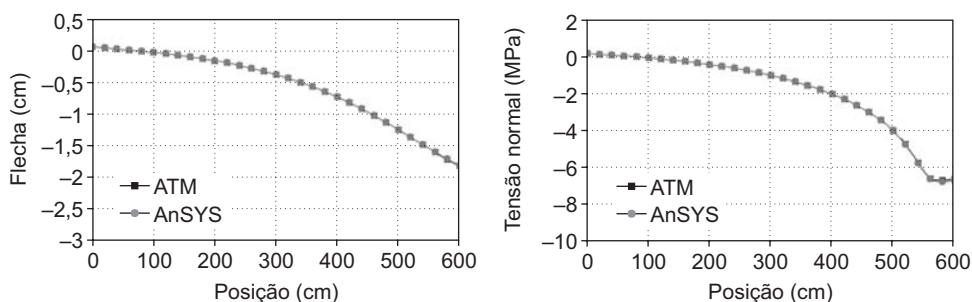


Figura 19 Resultados da placa 2 (carregamento de borda).

Neste trabalho é apresentada a teoria para a solução de placas ortotrópicas utilizada no programa e alguns exemplos numéricos são executados para comparação com os resultados de um software comercial de elementos finitos AnSYS 5.7.

Dos exemplos estudados neste trabalho, pode-se afirmar que o programa ATM proporciona resposta similar à do AnSYS (elementos finitos), indicando a validade da solução por séries da equação de placas ortotrópicas. As maiores diferenças encontradas foram de 1,67% para flecha e 1,96% para tensão normal.

O programa ATM demonstrou ser uma ferramenta útil, de fácil utilização e com interface amigável, para a análise de placas ortotrópicas biapoiadas.

Agradecimentos

Os autores expressam seus agradecimentos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão de bolsas de estudos e suporte financeiro para o desenvolvimento do trabalho.

Referências Bibliográficas

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7188: Cargas móveis para pontes rodoviárias e passarelas de pedestres*. Rio de Janeiro, 1984.
- CALIL, C. Jr. *Long term field performance of seven stress laminated deck hardwood wood bridges in Pennsylvania*. Relatório de bolsa de pós-doutorado no exterior. São Paulo: FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), 2001.
- CHEUNG, A. B. *Tabuleiro ortótropo treliçado protendido transversalmente para aplicação em pontes de madeira*. 2003. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- CUSENS, A. R.; PAMA, R. P. *Bridge deck analysis*. London: John Wiley Sons, Inc., 1975.
- GÓES, J. L. N. *Estudo de pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido*. 2005. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- OKIMOTO, F. S. *Análise da perda de protensão em pontes protendidas de madeira*. 2001. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.